



**التمرين الأول : (06 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(3;4;0)$ ،  $B(0;5;0)$ ،  $C(0;0;5)$ ،  $D(-2;-6;5)$ ،  $E(-4;0;-3)$  والشعاع  $\vec{n}(1;3;3)$

1. بين أن النقط  $A, B, C$  تعين مستوي  $(ABC)$ ، تأكد أن  $\vec{n}$  شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2. ا / برهن أن المثلث  $AOB$  متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[AB]$ ، ثم بين أن  $OI = \frac{3\sqrt{10}}{2}$  .

ج / بين أن  $\vec{OC}$  عمودي على المستوي  $(AOB)$

د / استنتج حجم رباعي الوجوه  $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة  $O$  والمستوي  $(ABC)$  .

4. ا / جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(DE)$  .

ب / اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري  $(Q)$  للقطعة المستقيمة  $[DE]$  .

ج / تحقق ان النقطة  $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$  تنتمي للمستوي  $(Q)$  .

د / استنتج المسافة بين النقطة  $F$  والمستقيم  $(DE)$  .

**التمرين الثاني : (05 نقاط)**

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لواحقها

على الترتيب :  $Z_a = i$ ،  $Z_b = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$  و  $Z_c = -1$

1- نعتبر التحويل النقطي  $(S)$  المعروف بـ :  $Z' = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}Z + 1 - i$

ما طبيعة التحويل  $(S)$  وما عناصره المميزة .

2- عين لواحق النقط  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$  صور النقط  $A, B, C$  بالتحويل  $(S)$

3- أ) عين لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة :  $\{(A,3);(B,1);(C,-2)\}$

ب) عين لاحقة النقطة  $G'$  مرجح الجملة  $\{(A',3);(B',1);(C',-2)\}$

ج) تأكد أن  $G' = S(G)$  ، ماذا تستنتج ؟



4- التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M(z)$  النقطة  $M(z')$  حيث :  $\overline{MM'} = 3\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}$

ا- بين أن :  $\overline{GM'} = \overline{MG}$  واستنتج طبيعة التحويل  $T$  وعناصره المميزة

ب- عين لواحق النقط :  $E, D$  و  $F$  صور النقط  $A, B, C$  بالتحويل  $T$

ج- بين أن المثلثين  $ABC$  و  $EDF$  متقايسان .

التمرين الثالث (09نقط)

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1- احسب نهايات الدالة  $g$  عند حدود مجال التعريف ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$

2- شكل جدول تغيرات  $g$  ثم علّل وجود عدد حقيقي  $\alpha$  حيث  $-0.36 < \alpha < -0.38$  يحقق  $g(\alpha) = 0$

3- استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- بين انه من اجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$

ب- بين ان  $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1}$  ثم جد حصرًا للعدد  $f(\alpha)$ .

3- بين ان  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها

4- ا- بين ان  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  معادلته  $y = 2x + 1$  بجوار  $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  والمستقيم  $(\Delta)$

ج- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  في المعلم السابق وعلى المجال  $[-1.5; +\infty[$  يعطى  $f(-1.5) = 4.72$

5- لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $h(x) = f(x^2 e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة . استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة  $k$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $k(x) = (ax + b)e^{-x}$

ا- عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون الدالة  $k$  دالة أصلية للدالة  $x \rightarrow -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$



## التمرين الأول:

$$D(-2, -6, 5) \quad C(0, 0, 5) \quad B(0, 5, 0) \quad A(3, 4, 0) \\ E(-4; 0; -3)$$

(1) التحقق أن النقط  $C, B, A$  تعين مستوي:

$$\vec{AC}(-3, -4, 5) \quad \text{و} \quad \vec{AB}(-3, 1, 0)$$

لدينا  $(\frac{-3}{-3} = \frac{-4}{1})$  ومنه  $\vec{AC}$  و  $\vec{AB}$  غير مرتبطان خطيا $C, B, A$  ليست على استقامة فهي تشكل المستوي  $(ABC)$ (2) التحقق أن  $\vec{n}(1; 3; 3)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$ :

$$\vec{n} \perp \vec{AB} \quad \text{ومنه} \quad \vec{n} \cdot \vec{AB} = -3 + 3 + 0 = 0 \\ \vec{n} \perp \vec{AC} \quad \text{أي:} \quad \vec{n} \cdot \vec{AC} = -3 - 12 + 15 = 0$$

ومنه  $\vec{n}(1; 3; 3)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$ 

$$x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{معادلة} \quad (ABC)$$

 $A(3, 4, 0) \in (ABC)$  أي:  $3 + 12 + d = 0$  أي:  $d = -15$  ومنه:

$$(ABC): x + 3y + 3z - 15 = 0 \quad \text{0.5}$$

(2) أ) إثبات أن  $AOB$  متساوي الساقين:

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$OB = \sqrt{0^2 + 5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$$

إذن  $OA = OB$  متساوي الساقين(ب) حساب إحداثيات  $I$  منتصف  $[AB]$ 

$$I\left(\frac{3+0}{2}, \frac{4+5}{2}, \frac{0+0}{2}\right) \quad \text{ومنه} \quad I\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, 0\right) \quad \text{0.5}$$

حساب  $OI$ 

$$OI = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 0^2} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

حساب حجم  $OABC$ 

$$\vec{OB}(0, 5, 0) \quad \vec{OA}(3, 4, 0) \quad \vec{OC}(0, 0, 5)$$

$$\vec{OC} \perp \vec{OA} \quad \text{ومنه} \quad \vec{OC} \cdot \vec{OA} = 0 \\ \vec{OC} \perp \vec{OB} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{OC} \cdot \vec{OA} = 0 \\ \vec{OC} \cdot \vec{OB} = 0 \end{array} \right.$$

إذن  $OC$  ارتفاع الهرم  $OABC$  الذي قاعدته  $AOB$ 

$$V = \frac{1}{3} A \times OC$$

لدينا  $OC = 5$ حساب  $A$  مساحة  $AOB$ :  $A = \frac{1}{2} \times OI \times AB$ 

$$A = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \times \sqrt{10} = \frac{15}{2} \quad \text{ومنه} \quad AB = \sqrt{10}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} \times 5 = \frac{25}{2} \quad \text{حجم رباعي الوجوه}$$

(3) حساب المسافة بين  $O$  و  $(ABC)$ :

$$d(O, (ABC)) = \frac{|0+0+0-15|}{\sqrt{1^2+3^2+3^2}} = \frac{15}{\sqrt{19}} = \frac{15\sqrt{19}}{19} \quad \text{لدينا:}$$

(4) التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(DE)$ لدينا  $\vec{DE}(-2, 6, -8)$  و  $E \in (DE)$ 

$$(DE): \begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 6t \\ z = -3 - 8t \end{cases}$$

(ب) معادلة  $(Q)$  المستوي المحوري للقطعة  $[DE]$ :ليكن  $H$  منتصف  $[DE]$ :

$$H(-3, -3, 1) \quad \text{ومنه} \quad H\left(\frac{-4-2}{2}, \frac{0-6}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$$

 $(Q)$  يشمل  $H$  وشعاعه الناظمي  $\vec{DE}(-2, 6, -8)$ 

$$-2x + 6y - 8z + d = 0 \quad \text{معادلته:}$$

 $H \in (Q)$  أي:  $6 - 18 - 8 + d = 0$  أي:  $d = 20$  ومنه:

$$(Q): -2x + 6y - 8z + 20 = 0$$

$$(Q): x - 3y + 4z - 10 = 0$$

(ج) التحقق أن  $F \in Q$  أي:  $F(-1; 1; \frac{7}{2}) \in Q$ 

$$F \in Q \quad \text{ومنه} \quad 0 = 0 \quad \text{إذن} \quad -1 - 3 + \frac{28}{2} - 10 = 0$$

(3) استنتاج المسافة بين  $F$  و المستقيم  $(DE)$ :

$$d(F, (DE)) = FH$$

$$FH = \sqrt{(-3+1)^2 + (-3-1)^2 + (1-\frac{7}{2})^2}$$

$$FH = \sqrt{4+16+\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{105}{4}} = \frac{\sqrt{105}}{2} \quad \text{0.5}$$

0.25

0.5

1

0.25

0.5

0.5

0.25

0.5

0.5

0.25



$$Z_{G'} = (1-i\sqrt{3})Z_G + 1-i \quad \text{ومنه } S(G) = G' \quad \text{ج}$$

$$Z_{G'} = (1-i\sqrt{3})\left(\frac{3}{2}+i\right) + 1-i$$

$$Z_{G'} = \frac{3}{2} + i - \frac{3\sqrt{3}}{2}i + \sqrt{3} + 1 - i$$

0.5

$$Z_{G'} = \frac{5+2\sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

الاستنتاج: التشابه المباشر يحافظ على المرجح

$$\vec{GM}' = \vec{MG} \quad \text{أ) إثبات أن}$$

$$\vec{MM}' = 3\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} \quad \text{حسب علاقة شال}$$

$$\vec{MG} + \vec{GM}' = 3(\vec{MG} + \vec{GA}) + \vec{MG} + \vec{GB} - 2(\vec{MG} + \vec{GC})$$

$$\vec{GM}' = (3+1-2-1)\vec{MG} + \underbrace{3\vec{GA} + \vec{GB} - 2\vec{GC}}_0$$

0.5

$$\vec{GM}' = -\vec{GM} \quad \text{ومنه: } \vec{GM}' = \vec{MG} \quad \text{إذن}$$

التحويل تحاكي مركزه  $G$  ونسبته  $-1$  (تناظر مركزه  $G$ )

ب) تعيين لواحق  $F, E, D$  صور  $C, B, A$  بالتحاكي  $T(G; -1)$ :

$$Z' - Z_G = -(Z - Z_G) \quad \text{الكتابة المركبة لتحاكي}$$

$$Z_D - Z_G = -(Z_A - Z_G) \quad \text{ومنه: } T(A) = D$$

$$Z_D = -Z_A + 2Z_G$$

0.25

$$Z_D = 3+i \quad \text{ومنه: } Z_D = -i + 2\left(\frac{3}{2} + i\right) = 3+i$$

$$Z_E - Z_G = -(Z_B - Z_G) \quad \text{ومنه: } T(B) = E$$

$$Z_E = -Z_B + 2Z_G$$

0.25

$$Z_E = 2+3i \quad \text{ومنه: } Z_E = -(1-i) + 2\left(\frac{3}{2} + i\right)$$

$$Z_F - Z_G = -(Z_C - Z_G) \quad \text{ومنه: } T(C) = F$$

$$Z_F = -Z_C + 2Z_G$$

0.25

$$Z_F = 4+2i \quad \text{ومنه: } Z_F = -(-1) + 2\left(\frac{3}{2} + i\right)$$

أ) إثبات أن المثلثين  $ABC$  و  $EDF$  متقايسان:

$$\text{لدينا: } T(A) = D \quad \text{و} \quad T(B) = E \quad \text{و} \quad T(C) = F$$

المثلث  $EDF$  صورة المثلث  $ABC$  بالتحاكي  $T$  الذي يضرب

الأطوال في  $|K|$  حيث  $(k = -1)$  نسبة التحاكي (ومنه:

$$ED = |-1|BA = BA$$

$$EF = |-1|BC = BC$$

$$DF = |-1|AC = AC$$

0.5

ومنه  $EDF$  و  $ABC$  متقايسان

$$Z' = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}Z + 1-i \quad \text{التمرين الثاني:}$$

$$(1) \quad S \text{ تشابه مباشر نسبته } 2 \text{ و زاويته } \frac{-\pi}{3} \text{ ومركزه } W$$

$$\text{لدينا: } 2e^{-i\frac{\pi}{3}} = 2\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)$$

0.75

$$2e^{-i\frac{\pi}{3}} = 2\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - i\sqrt{3}$$

$$Z_W = \frac{b}{1-a} = \frac{1-i}{1-1+i\sqrt{3}} = \frac{(1-i)i\sqrt{3}}{i\sqrt{3}(i\sqrt{3})}$$

$$Z_W = \frac{1-i}{1-1+i\sqrt{3}} = \frac{(1-i)(-i\sqrt{3})}{i\sqrt{3}(-i\sqrt{3})} = \frac{-\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i$$

$$W\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$$

تعيين لواحق  $C', B', A'$  بالتشابه  $S$ :

$$Z' = (1-i\sqrt{3})Z + 1-i$$

$$Z_{A'} = (1-i\sqrt{3})Z_A + 1-i \quad \text{اي } S(A) = A'$$

$$Z_{A'} = 1 + \sqrt{3} \quad \text{ومنه } Z_{A'} = (1-i\sqrt{3})i + 1-i$$

$$Z_{B'} = (1-i\sqrt{3})Z_B + 1-i \quad \text{اي } S(B) = B'$$

$$Z_B = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$$

$$Z_B = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1-i$$

$$Z_{B'} = (1-i\sqrt{3})(1-i) + 1-i$$

$$Z_{B'} = 1-i-i\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-i$$

0.25

$$Z_{B'} = (2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3})i$$

$$Z_{C'} = (1-i\sqrt{3})Z_C + 1-i \quad \text{اي } S(C) = C'$$

$$Z_{C'} = (\sqrt{3}-1)i \quad \text{ومنه } Z_{C'} = (1-i\sqrt{3})(-1) + 1-i$$

أ)  $G$  مرجح الجملة:  $\{(A;3), (B;1), (C;-2)\}$

$$Z_G = \frac{3Z_A + Z_B - 2Z_C}{3+1-2} = \frac{3i+1-i-2(-1)}{2}$$

0.5

$$Z_G = \frac{3}{2} + i$$

ب)  $G'$  مرجح الجملة:  $\{(A';3), (B';1), (C';-2)\}$

$$Z_{G'} = \frac{3Z_{A'} + Z_{B'} - 2Z_{C'}}{3+1-2}$$

$$Z_{G'} = \frac{3(1+\sqrt{3}) + 2 - \sqrt{3} + (-2 - \sqrt{3})i - 2(\sqrt{3}-1)i}{2}$$

$$Z_{G'} = \frac{3+3\sqrt{3}+2-\sqrt{3}-2i-\sqrt{3}i-2\sqrt{3}i+2i}{2}$$

$$Z_{G'} = \frac{5+2\sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

0.5

استنتاج إشارة  $f'(x)$  :

0.25

إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$ 

$x$	$-\infty$	$\alpha$	3
$f'$	-	0	+

0.5

جدول تغيرات  $f$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

(ب) إثبات أن  $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1}$  :لدينا :  $f(\alpha) = 2\alpha + 1 - \alpha e^{-\alpha}$ و  $g(\alpha) = 0$  ومنه  $(\alpha - 1)e^{-\alpha} + 2 = 0$  إذن  $e^{-\alpha} = \frac{-2}{\alpha - 1}$ ومنه  $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2\alpha}{\alpha - 1}$ 

0.5

لكن :  $\frac{2\alpha}{\alpha - 1} = 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ومنه :  $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1}$ حصر  $f(\alpha)$  :  $-0,38 < \alpha < -0,36$  $2(-0,38) + 3 < 2\alpha + 3 < 2(-0,36) + 3$ 

$$2,24 < 2\alpha + 3 < 2,28$$

0.25

$$-1,38 < \alpha - 1 < -1,36$$

ولدينا :

$$\frac{2}{-1,36} < \frac{2}{\alpha - 1} < \frac{2}{-1,38}$$

ومنه

$$2,24 - \frac{2}{1,36} < 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1} < 2,28 - \frac{2}{1,38}$$

$$0,77 < f(\alpha) < 0,83$$

(3) تبيان أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :لدينا :  $f'(x) = g(x)$ 

0.5

ومنه :  $f''(x) = g'(x) = (2-x)e^{-x}$ إشارة  $f''(x)$  من إشارة  $2-x$ 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-

 $f''(x)$  تنعدم عند 2 مغيرة إشارتها ومنه النقطة $B(2; f(2))$  أي  $B(2; 5 - 2e^{-2})$  نقطة انعطافالتمرين الثالث :  $D_g = \mathbb{R}$  ،  $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$ 

(1) النهايات :

0.5

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x-1)e^{-x} + 2] = -\infty$$

لأن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty$ 

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x-1)e^{-x} + 2] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-x} - e^{-x} + 2) = 2$$

لأن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ 

0.5

حساب المشتق :

$$g'(x) = (2-x)e^{-x} \text{ ومنه } g'(x) = e^{-x} + (x-1)(-e^{-x})$$

إشارة المشتق :

0.5

 $g'(x) = 0$  أي  $2-x=0$  ومنه  $x=2$ إشارة  $g'(x)$  من إشارة  $2-x$  لأن  $e^{-x} > 0$ 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

0.5

(2) جدول تغيرات  $g$  :

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$2 + e^{-2}$	2

(2) تحليل وجود عدد  $-0,38 < \alpha < -0,36$  يحقق  $g(\alpha) = 0$ لدينا  $g$  مستمرة ومتناقصة تماما على المجال  $[-0,38; -0,36]$ وأبضا  $g(-0,36) \times g(-0,38) < 0$ لأن :  $g(-0,36) \approx 0,05$  و  $g(-0,38) \approx -0,02$ ومنه المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $-0,38 < \alpha < -0,36$ استنتاج إشارة  $g(x)$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	3
$g$	-	0	+

0.25

(II)  $D_f = \mathbb{R}$  ،  $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ (1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(2 + \frac{1}{x} - e^{-x}) = +\infty$ 

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1 - xe^{-x}) = +\infty$$

لأن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -xe^{-x} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = +\infty$ (2) تبيان أن  $f'(x) = g(x)$ 

0.25

$$f'(x) = 2 - e^{-x} - x(-e^{-x})$$

$$f'(x) = (x-1)e^{-x} + 2 = g(x)$$



(5) حساب مشتق  $h$  :  $h(x) = f(x^2 e^x)$

$$h'(x) = (x^2 e^x)' \times f'(x^2 e^x)$$

$$(x^2 e^x)' = 2x e^x + x^2 e^x = (2x + x^2) e^x \quad \text{لدينا}$$

$$h'(x) = (2x + x^2) e^x \times f'(x^2 e^x) \quad \text{ومنه}$$

$$f'(x^2 e^x) = g(x^2 e^x) \quad \text{لدينا} \quad f'(x) = g(x) \quad \text{ومنه}$$

$$h'(x) = (2x + x^2) e^x \times g(x^2 e^x) \quad \text{ومنه}$$

إشارة  $h'(x)$  :

من إشارة  $2x + x^2$  لأن  $e^x > 0$  و  $x^2 e^x > 0$

(لاحظ جدول إشارة  $g$  على المجال  $[0; +\infty[$ )

$$x(x+2) = 0 \quad \text{أي} \quad x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -2 \quad \text{ومنه}$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$x^2 + 2x$		+	0	-
$h'(x)$		+	0	-

جدول تغيرات  $h$  :

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$h'(x)$		+	0	-
$h(x)$		↗	↘	↗

(6) لدينا  $k(x) = (ax + b)e^{-x}$

(أ) تعيين العددين  $a$  و  $b$  :

بما أن  $k$  دالة أصلية للدالة  $-xe^{-x}$  فإن  $x \rightarrow -xe^{-x}$  :

$$k'(x) = -xe^{-x}$$

$$k'(x) = ae^{-x} + (ax + b)(-e^{-x})$$

$$k'(x) = (-ax + a - b)e^{-x}$$

$$(-ax + a - b)e^{-x} = -xe^{-x} \quad \text{ومنه}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = a = 1 \end{cases} \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} -a = -1 \\ a - b = 0 \end{cases} \quad \text{بالمطابقة نجد}$$

$$k(x) = (x + 1)e^{-x} \quad \text{إذن}$$

(ب) إستنتاج دالة أصلية للدالة  $f$  :

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$$

ومنه دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  هي :

$$F(x) = x^2 + x + (x + 1)e^{-x}$$

(4) (أ) إثبات أن  $y = 2x + 1$  :  $(\Delta)$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{-x}) = 0$$

ومنه  $(\Delta)$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

دراسة الوضع النسبي  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  :

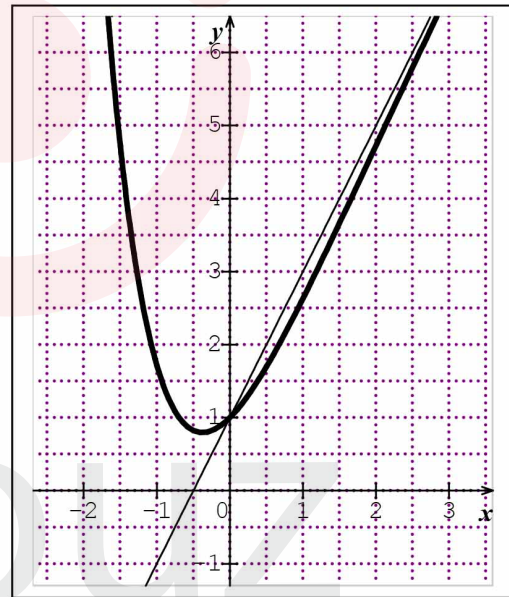
$$f(x) - (2x + 1) = -xe^{-x}$$

إشارة الفرق من إشارة  $-x$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
إشارة الفرق	+	0	-
الوضع النسبي	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$	↓	$(C_f)$ تحت $(\Delta)$

$$(C_f) \cap (\Delta) = \{(0; 1)\}$$

رسم  $(C_f)$  :



0.5